

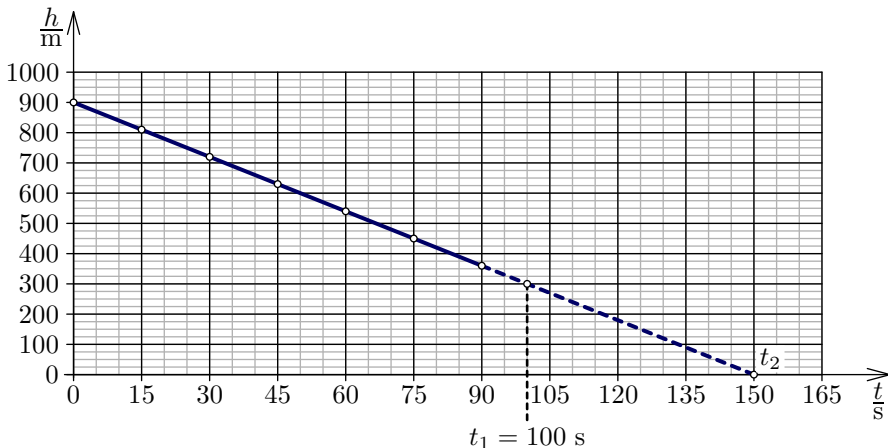
Řešení úloh okresního kola 60. ročníku Fyzikální olympiády

Kategorie F

Autoři úloh: M. Bednařík (1), J. Thomas (3–4) a I. Volf (2)

FO60F2–1: Výsadbář

- a) Podle tabulky urazí výsadbář za čas $t = 15$ s dráhu $s = 90$ m, pohybuje se tedy rychlostí $v = s/t = 90 \text{ m}/15 \text{ s} = 6 \text{ m/s}$. **2 body**
- b) Graf je na obr. 1.



Obr. 1: Závislost výšky h výsadbáře nad zemí na čase t

- c) Jde o část grafu na obr. 1 vykreslenou čárkovaně. **3 body**
- d) V čase $t_1 = 100$ s bude výška výsadbáře nad zemí **1 bod**

$$h_1 = h_0 - vt_1 = 900 \text{ m} - 6 \text{ m/s} \cdot 100 \text{ s} = 300 \text{ m},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu. **2 body**

- e) Z výšky $h_0 = 900$ m dopadne výsadbář na zem za čas

$$t_2 = \frac{h_0}{v} = \frac{900 \text{ m}}{6 \text{ m/s}} = 150 \text{ s},$$

stejnou hodnotu odečteme i z grafu. **2 body**

FO60F2–2: Koupání bratříčka

Označme postupně zadané veličiny: teplota vody na koupání $t = 37^\circ\text{C}$, rozměry dna vaničky $a = 0,45$ m, $b = 0,72$ m, výška stěn vaničky $h = 0,30$ m, teplota teplé vody $t_t = 57^\circ\text{C}$, objem teplé vody ve vaničce $V_t = 8,0$ l. Dno vaničky má plochu o obsahu $S = ab = 0,45 \text{ m} \cdot 0,72 \text{ m} = 0,324 \text{ m}^2$.

- a) Označme ještě m_s hmotnost a V_s objem studené vody o teplotě $t_s = 21^\circ\text{C}$, kterou je nutno přilít, aby výsledná teplota byla pro dítě vyhovující. Podle kalorimetrické rovnice se teplo přijaté studenou vodou rovná teplu odevzdanému teplou

vodou o hmotnosti m_t a objemu V_t

$$m_s c (t - t_s) = m_t c (t_t - t),$$

$$V_s \rho c (t - t_s) = V_t \rho c (t_t - t),$$

kde c je měrná tepelná kapacita vody a ρ hustota vody. Odtud vychází

$$V_s = V_t \frac{t_t - t}{t - t_s} = 8 \text{ litrů} \cdot \frac{57^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C}}{37^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C}} = 10 \text{ litrů}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- b) Výška vody ve vaničce o celkovém objemu $V = V_s + V_t = 81 + 101 = 181 = 0,018 \text{ m}^3$ bude

$$h_v = \frac{V}{S} = \frac{0,018 \text{ m}^3}{0,324 \text{ m}^2} \doteq 0,055556 \text{ m} \doteq 5,6 \text{ cm}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Pokud se bude dolévat pouze teplá voda o objemu V'_t do studené vody o objemu $V'_s = 81$, potom obdobně jako v a) můžeme psát

$$V'_s \rho c (t - t_s) = V'_t \rho c (t_t - t),$$

odkud vyjádříme

$$V'_t = V'_s \frac{t - t_s}{t_t - t} = 8 \text{ litrů} \cdot \frac{37^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C}}{57^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C}} = 6,4 \text{ litru}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- d) Výška vody ve vaničce o celkovém objemu $V' = V'_s + V'_t = 81 + 6,41 = 14,41 = 0,0144 \text{ m}^3$ bude

$$h'_v = \frac{V'}{S} = \frac{0,0144 \text{ m}^3}{0,324 \text{ m}^2} \doteq 0,044444 \text{ m} \doteq 4,4 \text{ cm}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

FO60F2–3: Dva kusy dřeva

- a) Z Archimédova zákona plyne pro část objemu V_p ponořenou pod hladinou a část V_1 vyčnívající nad hladinou u borového dřeva

$$V \rho_1 g = V_p \rho_0 g = (V - V_1) \rho_0 g;$$

odtud pro zadaný objem $V = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ vyjádříme

$$V_1 = V \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0} = 1000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ g/cm}^3 - 0,7 \text{ g/cm}^3}{1 \text{ g/cm}^3} = 300 \text{ cm}^3 = 0,30 \text{ dm}^3.$$

Podobně pro modřínové dřevo

$$V_2 = V \frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0} = 1000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ g/cm}^3 - 0,65 \text{ g/cm}^3}{1 \text{ g/cm}^3} = 350 \text{ cm}^3 = 0,35 \text{ dm}^3.$$

3 body

- b) Při ponoření kusu borového dřeva na něj působí vztlaková síla $F_{vz1} = V \rho_0 g$ a tíhová síla $F_{g1} = V \rho_1 g$. Protože $\rho_0 > \rho_1$ a proto také $F_{vz1} > F_{g1}$. Musíme působit proti vztlakové síle silou o velikosti

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{vz1} - F_{g1} = V (\rho_0 - \rho_1) g = V_1 \rho_0 g = \\ &= 0,0003 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 2,94 \text{ N} \doteq 2,9 \text{ N}. \end{aligned}$$

Podobně pro kus smrkového dřeva vychází

$$\begin{aligned} F_2 &= F_{vz2} - F_{g2} = V (\rho_0 - \rho_2) g = V_2 \rho_0 g = \\ &= 0,00035 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 3,43 \text{ N} \doteq 3,4 \text{ N}. \end{aligned}$$

3 body

- c) Z podmínky rovnováhy pro kus borového dřeva s tělesem z hliníku o objemu V_{Al1} plyne

$$(V \varrho_1 + V_{\text{Al1}} \varrho_3) g = (V + V_{\text{Al1}}) \varrho_0 g$$

vyjádříme

$$V_{\text{Al1}} = V \frac{\varrho_0 - \varrho_1}{\varrho_3 - \varrho_0} = 1000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ g/cm}^3 - 0,70 \text{ g/cm}^3}{2,7 \text{ g/cm}^3 - 1 \text{ g/cm}^3} \doteq 176,47 \text{ cm}^3 \doteq 0,18 \text{ dm}^3.$$

Podobně pro kus modřínového dřeva získáváme

$$V_{\text{Al2}} = V \frac{\varrho_0 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_0} = 1000 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ g/cm}^3 - 0,65 \text{ g/cm}^3}{2,7 \text{ g/cm}^3 - 1 \text{ g/cm}^3} \doteq 205,88 \text{ cm}^3 \doteq 0,21 \text{ dm}^3.$$

4 body

FO60F2–4: Turista na mostě

- a) Rychlost vlaku $v_2 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$. Když turista doběhne na konec mostu, je vlak ještě ve vzdálenosti l . Protože se turista a vlak pohybují proti sobě, doběhne turista na konec mostu za dobu

$$t_1 = \frac{s - l}{v_1 + v_2} = \frac{300 \text{ m} - 60 \text{ m}}{5 \text{ m/s} + 15 \text{ m/s}} = 12 \text{ s.} \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- b) Turista za tuto dobu uběhl vzdálenost

$$s_1 = v_1 t_1 = 5,0 \text{ m/s} \cdot 12 \text{ s} = 60 \text{ m.}$$

Délka mostu je tedy

$$L = 2(d + s_1) = 2 \cdot (50 \text{ m} + 60 \text{ m}) = 220 \text{ m.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Na druhý konec mostu doběhne turista za dobu

$$t_2 = \frac{d + \frac{L}{2}}{v_1} = \frac{50 \text{ m} + \frac{220 \text{ m}}{2}}{5 \text{ m/s}} = 32 \text{ s.}$$

Vlak za tu dobu ujede vzdálenost

$$s_2 = v_2 t_2 = 15 \text{ m/s} \cdot 32 \text{ s} = 480 \text{ m.}$$

Protože na začátku byl ve vzdálenosti $s_3 = s - s_1 = 300 \text{ m} - 60 \text{ m} = 240 \text{ m}$ před mostem a most má délku $L = 220 \text{ m}$, bude nyní čelo vlaku ve vzdálenosti

$$d_1 = s_2 - L - s_3 = 480 \text{ m} - 220 \text{ m} - 240 \text{ m} = 20 \text{ m}$$

za mostem.

2 body

- d) Označme hledaný čas t_3 . Vlak za tuto dobu musí ujet o vzdálenost s více, než uběhne turista, a pohybuje se vzhledem k turistovi rychlostí $v_2 - v_1$. Pro čas t_3 tak vychází

$$t_3 = \frac{s}{v_2 - v_1} = \frac{300 \text{ m}}{15 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}} = 30 \text{ s.}$$

Turista za tuto dobu uběhne vzdálenost

$$s_4 = v_1 t_3 = 5 \text{ m/s} \cdot 30 \text{ s} = 150 \text{ m.}$$

Bude se tedy nacházet ve vzdálenosti

$$d_4 = \frac{L}{2} + d - s_4 = \frac{220 \text{ m}}{2} + 50 \text{ m} - 150 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

před koncem mostu.

3 body

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Lenka Podzimková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z databází <https://www.vecteezy.com> a <https://cz.depositphotos.com>.